

کنترل فرآیندها

۱. تابع تبدیل مدار باز سیستمی، به صورت زیر است:

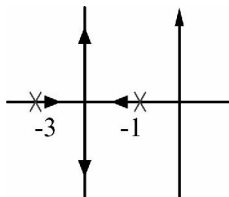
$$G(s) = \frac{K(s+1)}{s(2s+1)}$$

در فرکانس $\omega = 3 \frac{\text{rad}}{\text{min}}$ ، شیب مجانب نمودار Bode، کدام است؟

- (۱) -3 (۲) -2 (۳) -1 (۴) صفر

۲. نمودار مکان هندسی ریشه‌ی معادله‌ی مشخصه‌ی سیستمی در شکل زیر داده شده است. اگر ضریب میرایی

سیستم مدار بسته $\xi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد، بهره‌ی کنترلر، برابر کدام است؟



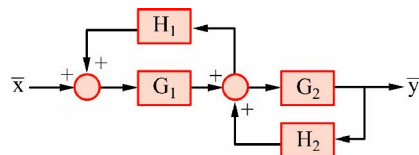
(۱) $K = 2$

(۲) $K = 4$

(۳) $K = 5$

(۴) $K = 6$

۳. برای نمودار جعبه‌ای زیر، تابع انتقال خروجی به ورودی $\left(\frac{\bar{y}}{\bar{x}}\right)$ ، کدام است؟



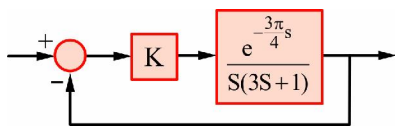
(۱) $\frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{G_1 G_2}{1 - G_1 H_1 - G_2 H_2}$

(۲) $\frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{(G_1 H_1)(G_2 H_2)}{1 - G_1 H_1 - G_2 H_2}$

(۳) $\frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{H_1 H_2}{1 - G_1 - G_2}$

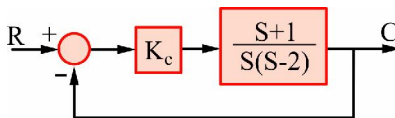
(۴) $\frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{H_1 G_1 - H_2 G_2}{1 - G_1 H_1 - G_2 H_2}$

۴. در سیستم مدار بسته زیر، برای آن که حاشیهی بهره (Gain Margin)، برابر $\sqrt{2}$ باشد، بهرهی K چه مقدار باید باشد؟



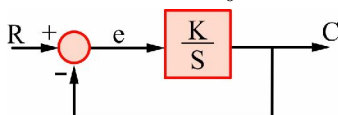
- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
 (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۳) $\frac{1}{2}$
 (۴) $\frac{1}{3}$

۵. در مدار زیر، اگر R، یک تغییر پلهای کند، کدام عبارت صحیح است؟



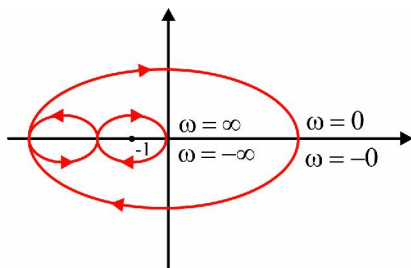
- (۱) سیستم مدار بسته، در بهره‌های بالا کنترلر، پایدار و بدون افت کنترل است.
 (۲) سیستم مدار بسته، در بهره‌های پایین کنترلر، پایدار و بدون افت کنترل است.
 (۳) سیستم مدار بسته، در بهره‌های پایین کنترلر، پایدار و دارای افت کنترل است.
 (۴) سیستم مدار بسته، در بهره‌های بالای کنترلر، ناپایدار و دارای افت کنترل می‌باشد.

۶. در مدار زیر، اگر R یک تغییر پلهای واحد کند؛ و $e(t)$ سیگنال خطا باشد، مقدار $\int_0^\infty e^2 dt$ ، برابر کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{4K}$
 (۲) $\frac{1}{3K}$
 (۳) $\frac{1}{K}$
 (۴) $\frac{1}{2K}$

۷. تابع تبدیل مدار باز سیستمی، فاقد قطب طرف راست محور موهومی است؛ و نمودار نیکوئیست آن به صورت زیر است. کدام عبارت در مورد سیستم مدار بسته صحیح است؟



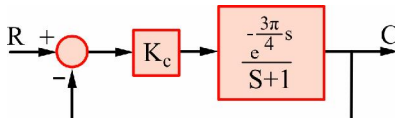
- (۱) پایدار است.
 (۲) در مرز ناپایداری است.
 (۳) گاهی پایدار و گاهی ناپایدار است.
 (۴) ناپایدار است.

۸. برای سیستمی که معادلهی مشخصه‌ی آن به صورت روبرو است؛ کدام عبارت صحیح است؟

$$s^4 + 2s^3 + s^2 + 4s + 2 = 0$$

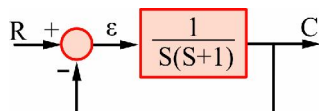
- (۱) دارای یک ریشهی ناپایدارکننده است.
 (۲) دارای دو ریشهی ناپایدارکننده است.
 (۳) دارای سه ریشه ناپایدارکننده است.
 (۴) همواره پایدار است.

۹. در مدار زیر، برای پایداری مدار بسته، باید K_c کدام شرط را تامین کند؟



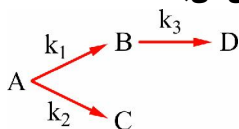
- (۱) $K_c < \sqrt{3}$
 (۲) $K_c < \sqrt{2}$
 (۳) $K_c < 2$
 (۴) $K_c < 2\sqrt{2}$

۱۰. در مدار زیر اگر مقدار مقرر به صورت خطی با زمان تغییر کند، یعنی $R(t) = t$ باشد، مقدار افت کنترل (off-set) برابر کدام است؟



- (۱) صفر (۲) 1
(۳) 2 (۴) بی‌نهایت

۱۱. واکنش زیر در یک راکتور ناپیوسته (batch) هم دمای ایده‌آل انجام می‌پذیرد. چنانچه خوراک اولیه تنها شامل A با غلظت C_0 باشد، تابع انتقال راکتور کدام است؟ (تمامی واکنش‌ها درجه اول غیر برگشتی می‌باشند)



$$C_{A(s)} = \frac{C_0}{s - k_1 - k_2 - k_3} \quad (۲) \quad C_{A(s)} = \frac{C_0}{s + k_1 + k_2} \quad (۱)$$

$$C_{A(s)} = \frac{C_0}{s + k_1 + k_2 + k_3} \quad (۴) \quad C_{A(s)} = \frac{C_0}{s + k_1 + k_2 - k_3} \quad (۳)$$

۱۲. پاسخ پله‌ای واحد برای سیستمی با تابع انتقال $\frac{e^{-2s}}{s+2}$ کدام است؟

$$0.5(1 - e^{-2t-4})u(t-2) \quad (۲) \quad 0.5(1 - e^{-t+4})u(t-2) \quad (۱)$$

$$0.5(1 - e^{-4t+4})u(t-2) \quad (۴) \quad 0.5(1 - e^{(-2t+4)})u(t-2) \quad (۳)$$

۱۳. در یک کنترلر PID، خروجی از کنترلر به ازای خطای ورودی $\varepsilon(t) = t$ برابر است با $C(t) = 3 + 2t + 4t^2$ پارامترهای کنترلر (K_c, τ_I, τ_D) کدام است؟

$$(2, 1.5, 4) \quad (۴) \quad (1, 1.5, 2) \quad (۳) \quad (2, 1.5, 0.25) \quad (۲) \quad (1, 2, 0.25) \quad (۱)$$

۱۴. در سیستم مدار باز درجه دوم زیر، سریع‌ترین پاسخ غیرنوسانی به ازای چه مقداری از B حاصل می‌شود:

$$\frac{K}{4s^2 + B^3s + B^2}$$

$$4 \quad (۴) \quad 2 \quad (۳) \quad \sqrt[3]{4} \quad (۲) \quad 1 \quad (۱)$$

۱۵. مکان هندسی تابع زیر، در کدام نقاط محور موهومی را قطع می‌کند؟

$$1 + GH = 1 + \frac{K}{s(s+1)(2s+1)} = 0$$

$$\pm \frac{j}{\sqrt{2}} \quad (۴) \quad \pm j\sqrt{2} \quad (۳) \quad \pm \frac{j}{\sqrt{3}} \quad (۲) \quad \pm j \quad (۱)$$

پاسخ تشریحی

۱. گزینه ۳ درست است.

$$W = 0 \xrightarrow{\text{شیب } -1} W = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{شیب } -2} W = 1 \xrightarrow{\text{شیب } -1}$$

با توجه به تغییرات شیب در $W > 1$ شیب برابر -1 است.

۲. گزینه ۳ درست است.

ابتدا تابع تبدیل مدار باز را تشکیل می‌دهیم.
سیستم دارای دو قطب و بدون صفر است.

$$GH(S) = \frac{k}{(S+3)(S+1)}$$

$$\text{تابع تبدیل مدار بسته} = \frac{\frac{k}{(S+3)(S+1)}}{1 + \frac{k}{(S+3)(S+1)}} = \frac{k}{(S+3)(S+1) + k}$$

$$\Rightarrow \frac{k}{S^2 + S + 3S + 3 + k} = \frac{k}{S^2 + 4S + 3 + K}$$

$$\text{مخرج تابع} \Rightarrow \frac{S^2}{3+k} + \frac{4S}{3+k} + 1$$

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{k+3}} \quad 2\epsilon\tau = \frac{4}{3+k} \Rightarrow 24 \times \frac{1}{\sqrt{k+3}} = \frac{4}{3+k} \Rightarrow$$

$$\epsilon = \frac{2}{\sqrt{k+3}} \Rightarrow k = \frac{4}{\epsilon^2} - 3 = k = \frac{4}{\frac{1}{2}} - 3 = 5$$

۳. گزینه ۱ درست است.

اگر G_1 یا G_2 صفر باشد $\frac{y}{x}$ صفر می شود بنابراین گزینه ی ۱ یا ۲ صحیح است و اگر H_1 یا H_2 صفر باشد باز هم تابع $\frac{y}{x}$ غیر صفر خواهد بود. بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

۴. گزینه ۴ درست است.

$$G(S) = \frac{ke^{-\frac{3\pi S}{4}}}{S(3S+1)}$$

$$\varphi = \left[0 - \frac{3\pi}{4} \omega \right] - \left[\frac{\pi}{2} + \tan^{-1} 3\omega \right] = -\pi$$

بنابراین $\omega = \frac{1}{3}$ می باشد.

$$AR = \frac{k}{\omega \times \sqrt{9\omega^2 + 1}} \Rightarrow g_m = \frac{1}{AR}$$

$$\sqrt{2} = \frac{\frac{1}{3} \times \sqrt{2}}{k} = k = \frac{1}{3}$$

۵. گزینه ۲ درست است.

$$\text{offset} = \lim_{S \rightarrow 0} SR(S) \left[1 - \frac{C}{R} \right] = S \times \frac{1}{S} \lim_{S \rightarrow 0} \left[1 - \frac{\frac{k(S+1)}{S(S-2)}}{1 + \frac{k(S+1)}{S(S-2)}} \right]$$

$$\text{offset} = 1 - \lim_{S \rightarrow 0} \frac{k(S+1)}{S(S-2) + k(S+1)} = 1 - \frac{k}{k} = 0$$

۶. گزینه ۴ درست است.

۷. گزینه ۱ درست است.

با توجه به شکل سیستم هیچ گاه نقطه ی $(-1, 0)$ را در جهت عقربه های ساعت دور نخواهد زد بنابراین سیستم همواره پایدار است.

۸. گزینه ۲ درست است.

می بایست جدول روث را تشکیل داد:

ستون اول دو مرتبه تغییر علامت داده است بنابراین تعداد ریشه های ناپایدار ۲ می باشد.

1	1	2
2	4	
$\frac{2-4}{2}$	2	
$\frac{-4-4}{-1}$		
2		

۹. گزینه ۲ درست است.

$$GH = \frac{ke^{-\frac{3\pi}{4}S}}{S+1}$$

$$\theta = -\frac{3\pi}{4}\omega - \tan^{-1}\omega = -\pi \Rightarrow \omega = 1$$

$$g_m = \frac{1}{AR} \Big|_{\theta=-180} > 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{\omega^2+1}}{k} > 1 \Rightarrow \sqrt{2} > k$$

۱۰. گزینه ۲ درست است.

$$\text{offset} = SR(S) \left[1 - \frac{C}{R} \right] = S \times \frac{1}{S^2} \left[1 - \frac{\frac{1}{S(S+1)}}{1 + \frac{1}{S(S+1)}} \right]$$

$$= \frac{1}{S} \left[1 - \frac{1}{S(S+1)+1} \right] = \frac{S(S+1)+1-1}{(S(S+1)+1)S} =$$

$$= \frac{S+1}{S(S+1)+1} = 1$$

$$\boxed{S \rightarrow 0}$$

۱۱. گزینه ۱ درست است.

با توجه به اینکه مقدار k_3 هیچ تأثیری نباید بر غلظت A داشته باشد [زیرا A به این واکنش (k_3) متصل نیست] بنابراین گزینه ۱ صحیح است.

$$-r_A = k_1 C_A + k_2 C_A \Rightarrow \frac{\partial C_A}{\partial t} = -(k_1 + k_2) C_A$$

با لاپلاس گیری از طرفین

$$\Rightarrow C_A = C_{A_0} e^{-(k_1+k_2)t} \Rightarrow C_A(s) = \frac{C_{A_0}}{s+k_1+k_2}$$

۱۲. گزینه ۳ درست است.

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{e^{-2s}}{s+2}, \quad X(s) = \frac{1}{s}$$

$$Y(s) = \frac{e^{-2s}}{s(s+2)} \xrightarrow{\text{لاپلاس معکوس}} y(t) = 0.5(1 - e^{-2(t-2)})$$

$$y(t) = 0.5(1 - e^{-2t+4})u(t-2)$$

۱۳. گزینه ۲ درست است.

$$\frac{p(s)}{\varepsilon(s)} = \left(1 - \tau_D s + \frac{1}{\tau_I s}\right) k, \varepsilon(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$p(s) = \frac{k}{s^2} + \frac{k\tau_D}{s} + \frac{k}{\tau_I s^3} \rightarrow \text{لاپلاس معکوس} \rightarrow$$

$$\text{مسئله } p(t) = 3 + 2t + 4t^2$$

$$k = 2, \quad \tau_D \times 2 = 3 = \tau_D = 1.5, \quad \frac{1}{\tau_I} = 4 \Rightarrow \tau_I = 0.25$$

$$(2, 1.5, 0.25)$$

۱۴. گزینه ۳ درست است.

در سیستم‌های درجه دوم سریع‌ترین پاسخ غیرنوسانی زمانی می‌باشد که ضریب میرایی برابر 1 باشد.

$$1 + GH = 1 + \frac{k}{4s^2 + B^3s + B^2} = \frac{4s^2 + B^3s + B^2 + k}{4s^2 + B^3s + B^2}$$

$$\frac{GH}{1 + GH} = \frac{\frac{k}{4s^2 + B^3s + B^2}}{\frac{4s^2 + B^3s + B^2 + k}{4s^2 + B^3s + B^2}} = \frac{k}{4s^2 + B^3s + B^2 + k}$$

$$\frac{\frac{k}{B^2 + k}}{\frac{4}{B^2 + k}s^2 + \frac{B^3}{B^2 + k}s + 1}$$

با مقایسه با سیستم‌های درجه 2

$$\tau = \frac{4}{B^2 + k}, \quad \varepsilon = 1$$

$$2\varepsilon\tau = \frac{B^3}{B^2 + k} \Rightarrow 2 \times 1 \times \frac{4}{B^2 + k} = \frac{B^3}{B^2 + k} \Rightarrow B^3 = 8$$

$$\Rightarrow \boxed{B=2}$$

۱۵. گزینه ۱ درست است.

$$1 + GH = \frac{S(S+2)(2S+1) + K}{S(S+2)(2S+1)}$$

$$\text{تشکیل جدول روث: } 2S^3 + 5S^2 + 2S + k$$

2	2
5	k
5 × 2 - 2k	0
5	
k	

اگر $\frac{10-2k}{5} = 0$ باشد سیستم در مرز پایداری و ناپایداری قرار می‌گیرد.

$$k = 5$$

سطر $n-1$ را تشکیل می‌دهیم:

$$5S^2 + 5 = 0 \Rightarrow S^2 = -1 \Rightarrow S = \pm i$$